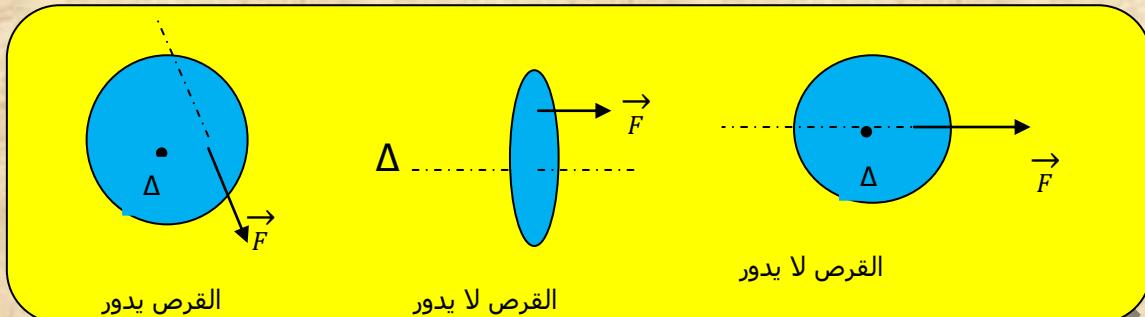


توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

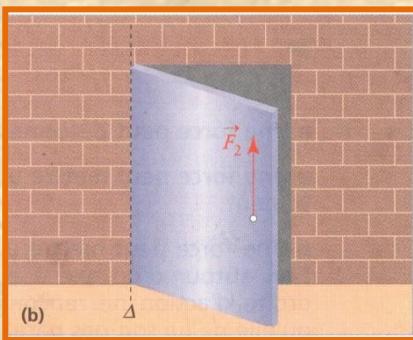
I. مفعول قوة على دوران جسم صلب:

نعتبر قرص قابل للدوران حول محور Δ ونطبق قوة \vec{F} في مواقع مختلفة للقرص فنلاحظ:

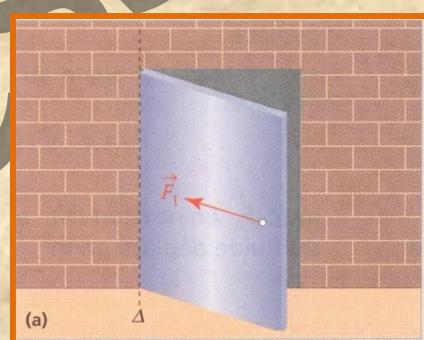


استنتاج:

يكون لقوة \vec{F} مفعول على دوران جسم صلب حول محور Δ , إذا كان خط تأثيرها غير موازي لمحور الدوران Δ ولا يمر منه.



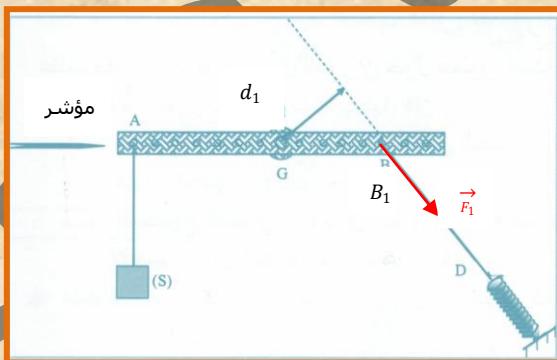
ليس للقوة \vec{F}_2 مفعول على دوران الباب



ليس للقوة \vec{F}_1 مفعول على دوران الباب

II. عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت:

1 - الدراسة التجريبية: الهدف من هذه الدراسة هو تحديد صيغة عزمه قوة بالنسبة لمحور Δ .



نستعمل عارضة قابلة للدوران حول محور ثابت
نعلق بالطرف A للعارضة كتلة $m=100g$ ، نطبق
بواسطة دينامومتر في نقط B_1 مختلفة قوى \vec{F}_1 بحيث
تعود العارضة دائما لنفس موضع التوازن والذي نعلم
بمؤشر.

نسجل في كل مرة قيمة الشدة F_1 التي يشير لها
الدينامومتر والمسافة d_1 الفاصلة بين خط تأثير
القوة \vec{F}_1 والمحور Δ ثم ندون النتائج في الجدول
التالي:

الشدة F_1 (N)	المسافة d (m)	الجدائ $F.d$
0,9	1,2	1,8
0,08	0,056	0,04
0,072	0,075	0,072
		(N.m)

إستنتاج:

نلاحظ أن الجداء $F.d$ يبقى ثابتا كلما حرصنا على إعادة العارضة لموضعها البدئي.
يسمي هذا الجداء عزم القوة \vec{F} بالنسبة للمحور Δ ونرمز له بالرمز $M_{\Delta}(\vec{F})$.

تعريف:

عزم قوة \vec{F} بالنسبة لمحور ثابت Δ ومتعاكس مع خط تأثيرها ، هو جداء الشدة F لهذه القوة والمسافة d الفاصلة بين المحور Δ وخط تأثيرها:

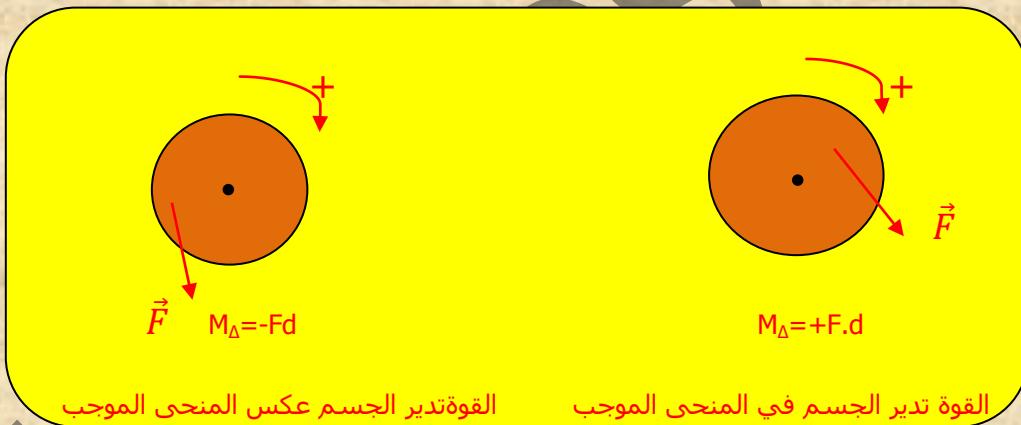
$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F.d$$

وحدة العزم في النظام العالمي للوحدات هي النيوتن متر ورمزه $N.m$

3-العزم مقدار جبدي:

الجداء $F.d$ وحده لا يدلنا على منحى دوران العارضة حول المحور Δ ولهذه الغاية نختار منحى اعتيادي للدوران نعتبره موجب ، حيث:

- إذا كانت القوة \vec{F} تدبر الجسم في المنحى الموجب الذي تم اختياره ، فإن عزمه بالنسبة للمحور Δ يكون موجب: $M_{\Delta}(\vec{F}) = +F.d$
- إذا كانت القوة \vec{F} تدبر الجسم عكس المنحى الموجب الذي تم اختياره، فإن عزمه بالنسبة للمحور Δ يكون سالبا: $M_{\Delta}(\vec{F}) = -F.d$



III. توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت:

1-الدراسة التجريبية:

نعتبر عارضة متGANسة قابلة للدوران حول محور Δ يمر من مركزها G . نعلق بالعارضة كتلتين $m_2 = m_1 = 100g$ وإعادتها لموضع توازنها البدئي نطبق قوة \vec{F} بواسطة دينامومتر.نختار منحى موجب للدوران .

شدة القوة المطبقة من طرف الدينامومتر D هي $F=1,4N$

نعطي: شدة الثقالة $g=10N/Kg$

$GB=6cm \quad AG=GC=14cm$

أسئلة للإستثمار:

1-أجرد القوى المؤثرة على العارضة

2-أحسب عزم كل من هذه القوى بالنسبة للمحور Δ

3-أحسب المجموع الجبri لهذه العزوم .ماذا تستنتج؟

أجوبة:

1-المجموعة المدروسة: {العارضة}

جرد القوى المؤثرة على المجموعة المدروسة:

- وزن العارضة \vec{P}

- تأثير محور الدوران Δ على العارضة \vec{R}

- تأثير الكتلتين m_1 و m_2 على العارضة \vec{F}_1 و \vec{F}_2

- تأثير الدينامومتر على العارضة \vec{F}

2-حساب عزوم القوى بالنسبة للمحور Δ :

- عزم القوتين \vec{P} و \vec{R} : $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ وذلك لأن خطي تأثير القوتين \vec{P} و \vec{R} تمران من المحور Δ

- عزم القوة \vec{F}_1 : $M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +0,14 \text{ N.m}$ ت ع : $M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot GA$

- عزم القوة \vec{F}_2 : $M_{\Delta}(\vec{F}_2) = +0,06 \text{ N.m}$ ت ع : $M_{\Delta}(\vec{F}_2) = +F_2 \cdot GB$

- عزم القوة \vec{F} : $M_{\Delta}(\vec{F}) = -0,19 \text{ N.m}$ ت ع : $M_{\Delta}(\vec{F}) = -F \cdot GC$

3-المجموع الجبري للعزوم:

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) + M_{\Delta}(\vec{F}) = 0 + 0 + 0,14 + 0,06 - 0,19 \approx 0$$

نستنتج أن المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة على العارضة منعدم.

2-تعميم: مبرهنة العزوم:

عند توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت Δ أيًّا كان، فإن المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه بالنسبة لهذا المحور، مجموع منعدم:

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

IV. شرط التوازن:

عندما يكون جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت Δ ، في توازن، بالنسبة لمعلم مرتبط بالأرض وهو خاضع لعدة قوى فإن:

الشرط الأول: مجموع متجهات القوى المطبقة على الجسم يساوي المتوجه المنعدمة $\vec{F} = \sum$ وهذا شرط لازم لسكون مركز قصور الجسم G .

الشرط الثاني: المجموع الجيري لعزوم كل القوى المطبقة على الجسم بالنسبة للمحور Δ مجموع منعدم $\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$ وهذا شرط لازم لغياب دوران الجسم الصلب حول المحور Δ

V. عزم مزدوجة قوتين:

1-تعريف مزدوجة قوتين:

نسمي مزدوجة قوتين، مجموعة مكونة من قوتين لهما نفس الشدة، ومن حيث متعاكسان، وخطا تأثيرهما متوازيان وغير متطابقين.

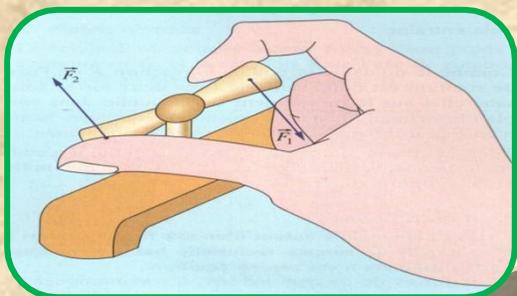
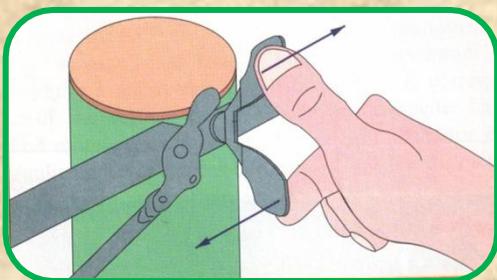
أو بتعبير آخر:

القوتان \vec{F}_1 و \vec{F}_2 تشكلان مزدوجة قوتين إذا كان:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

o

○ خطأ تأثيرهما مختلفين



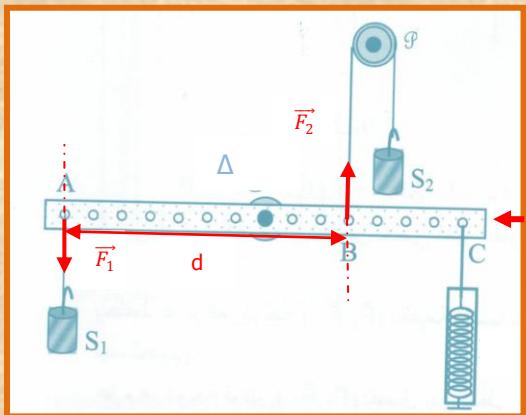
نطبق بالأصبعين مزدوجة قوتين عند غلق الصنبور أو عند فتح علبة مربى

2 - عزم مزدوجة قوتين:

2-1: الدراسة التجريبية:

نستعمل عارضة قابلة للدوران حول محور Δ ونعلم موضع توازنها بمؤشر (السهم الأحمر على اليمين). نطبق على العارضة قوة بواسطة دينامومتر فيختل التوازن. نعيد العرضة لموضع توازنها البديهي بإستعمال خيطين نمر أحدهما بيكرة ونعلق في طرفيهما نفس الكتلة المعلمة $m_1 = m_2 = m$ مع الحرص على أن يكون الخيطين متوازيين، الكتلتين تطبقان على العارضة قوتين لهما نفس الشدة $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$

في كل مرة نغير موضع ربط الخيطين، ونغير الكتل المعلمة. وندون النتائج في الجدول التالي :



الكتلة m (g)	المسافة d (cm)	الشدة المشتركة F (N)	الجدائ $F.d$ (N.m)
80	60	40	20
3	4	6	12

اسئلة للاستتمار:

1- أعط بدون حساب مميزات القوة التي يطبقها كل خيط على العارضة

2- أنقل الجدول وأنمه. ماذا تستنتج؟

نعطي: شدة الثقالة $g = 10 \text{ N/Kg}$

أجوبة:

-1

المنظم	الاتجاه	المنحي	نقطة التأثير	القوة
$F_1 = mg$	رأسى	نحو الأسفل	A	
$F_2 = mg$	رأسى	نحو الأعلى	B	

-2

الكتلة m (g)	المسافة d (cm)	الشدة المشتركة F (N)	الجدائ $F.d$ (N.m)
80	60	40	20
3	4	6	12
0,8	0,6	0,4	0,2
0,024	0,024	0,024	0,024

نلاحظ أن الجداء $F.d$ يبقى ثابتاً. هذا المقدار يميز فعالية المزدوجة لـ إحداث دوران جسم صلب حول محور Δ ، ويسمى عزم المزدوجة ونرمز له بـ $M(C) = F.d$ يعني C يعني مزدوجة (COUPLE).

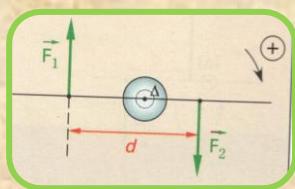
تعريف:

عزم مزدوجة قوتين (\vec{F}_1, \vec{F}_2) تفصل بين خطي تأثيرهما المسافة d ، بالنسبة لمحور ثابت عمودي على المستوى الذي يتضمن المتجهتين (\vec{F}_1, \vec{F}_2) وبشكل مستقل عن المحور Δ :

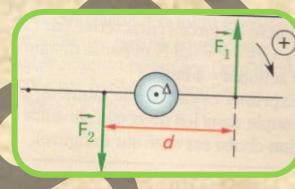
$$M(C) = \mp F.d$$

ملاحظات:

• تتعلق الإشاراتان \pm بالمنحي الموجب الذي تم اختياره:

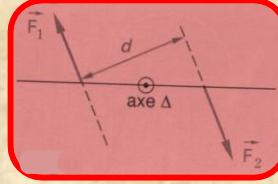
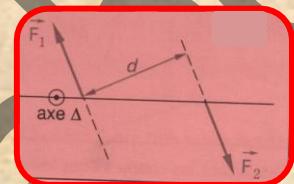


المزدوجة تدبر الجسم عكس المنحي الموجب
 $M(C) = -F.d$



المزدوجة تدبر الجسم في المنحي الموجب
 $M(C) = +F.d$

• عزم مزدوجة قوتين لا يتعلق بموضع المحور Δ ، فهو يتعلق بالمسافة بين خطي تأثير القوتين d .



للحظ أن لهاتين المزدوجتين نفس العزم
 $M(C) = F.d$

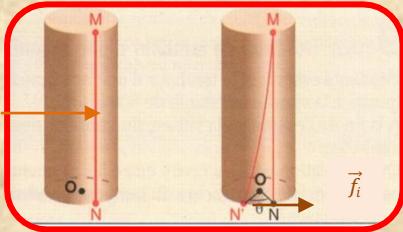


VI. عزم مزدوجة اللي:

1-مزدوجة اللي:

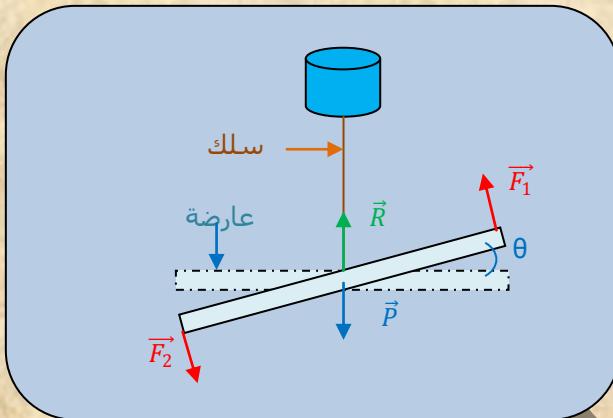
الجهاز الممثل في الشكل جانبية هو الجهاز التجريبي الذي نستعمل لدراسة لـ سلك فلزي، وهو يتكون من عارضة مرتبطة بسلك رأسى ، الطرف الآخر للسلك مرتبط بحامل والذي هو بدوره مرتبط بمنقلة تعطينا الزاوية التي يتلوى بها السلك والتي تسمى زاوية اللي θ الكتلتان تطبقان مزدوجة قوتين على العارضة فيلتوى السلك، عند حذف مزدوجة القوتين تعود العارضة لموضعها البدئي، مما يدل على أن السلك الملتوى يطبق على العارضة قوى إرتداد.

مولد غير ملتوى



عندما يلتوي السلك، تدور النقط المكونة لمولدهاته بزاوية θ فتسلط المولدات قوى \vec{f}_i تسعى لإعادة السلك إلى موضعه الأصلي. تكون مجموع القوى $\sum \vec{f}_i$ لتأثير السلك الملتوى.

دراسة توازن القضيب:



المجموعة المدرosa {العارضة}

جرد القوى المؤثرة على العارضة:

- وزن العارضة \vec{P}

- تأثير السلك على العارضة \vec{R}

- مزدوجة القوتين (\vec{F}_1, \vec{F}_2)

- مجموع قوى الإرداد التي يؤثر بها السلك الملتوى على القضيب $\sum \vec{f}_i$

طبق الآن شرطي التوازن:

○ الشرط الأول: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \sum \vec{f}_i = 0$ (القوىان \vec{P} و \vec{R} توازنان)

إذن: $\sum \vec{f}_i = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$
القوتين أي أن لكل منهما مفعول معاكس على العارضة

○ الشرط الثاني:

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M(\vec{F}_1, \vec{F}_2) + \sum M(\vec{f}_i) = 0$$

$M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ لأن خطي تأثير القوتين يمران من المحور Δ

$$\sum M(\vec{f}_i) = -M(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = -M(C)$$

نستنتج إذن أن قوى الإرتداد $\sum F_i$ لها خاصية مزدوجة قوتين ومن هنا نسمى هذه القوى مزدوجة اللي ونرمز لعزمها بـ $M(T)$ (الرمز T يعني Torsion: لي)

2-تعبير عزم مزدوجة اللي:

* الدراسة التجريبية:

في الجهاز التجاري السابق نعيد التجربة في كل مرة مع تغيير عزم مزدوجة القوتين (اما بتغيير الشدة المشتركة $F_1 = F_2 = F$ أو المسافة d بين خطي تأثير القوتين)، ونحسب في كل مرة قيمة عزم مزدوجة القوتين ونحدد الزاوية المموافقة وندون النتائج في الجدول التالي:

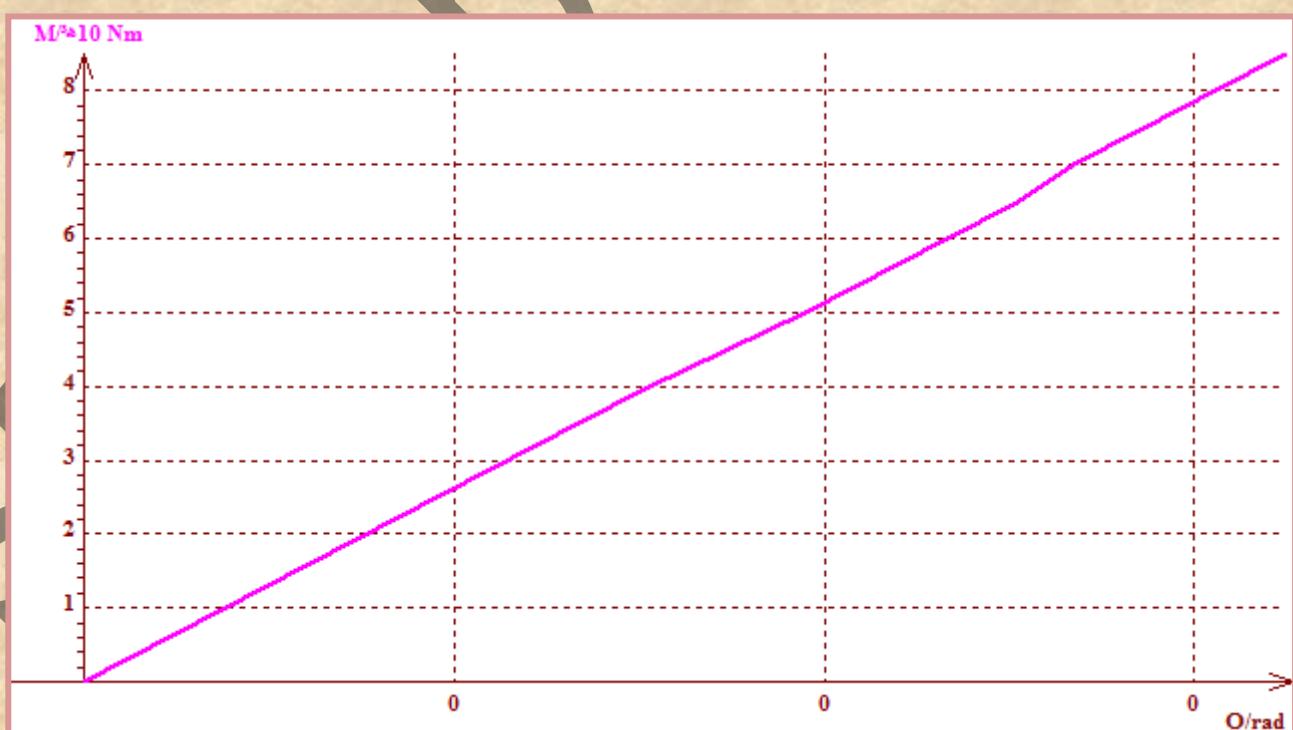
8,5	8	7,5	7	6,5	6	5	4	3,5	$M(C) = F \cdot d (10^{-3} \cdot N.m)$
48,7	45,8	42,9	40,1	37,8	34,9	29,2	22,9	20	$(^{\circ})\theta$
8,5	8	7,5	7	6,6	6,1	5,1	4	3,5	$(10^{-1} \text{ rad})\theta$

أسئلة للاستثمار:

- ما القوى المطبقة على العارضة عندما يكون السلك غير ملتوي؟ وما قيمة عزم كل قوة.
- عند تطبيق مزدوجة قوتين على العارضة، يلتوي السلك، وعند حذف المزدوجة، تعود العارضة لموضعها البديهي، ما سبب ذلك؟
- مثل باستعمال سلم مناسب منحنى تغيرات عزم مزدوجة القوتين $M(C)$ بدالة زاوية اللي θ والتي يعبر عنها بالراديان rad .
- ما مدلول المعامل الموجه للمنحنى المحصل عليه؟
- إستنتاج العلاقة بين عزم اللي (T) M والزاوية θ .

أجوبة:

- عندما يكون السلك غير ملتوي فإن العارضة تخضع فقط لوزنها \vec{P} ولتأثير السلك عليها \vec{R} عزم القوتين منعدم لأن خطي تأثيرهما يمران من محور الدوران Δ .
- يعود السلك لوضعه البديهي تحت تأثير قوى الإرتداد التي يطبقها السلك الملتوي عليه، حيث يرده لوضعه الأصلي.
- لرسم المنحنى نستعمل المجدول ريجريسي Regressi :



4-المنحنى مستقيم يمر من أصل المعلم إذن عزم مزدوجة القوتين ($M(C)$) يتاسب إطراها مع زاوية θ فنكتب : (1) $M(C)=C \theta$ مع ثابتة التناسب وهي ثابتة تميز السلك ونسميها ثابتة لـ **السلك** ووحدتها في النظام العا لمي للوحدات $N.m/rad$ أو $N.m^{-1}$

5-رأينا سابقا العلاقة (2) $M(C)=-M(T)$ بإستعمال العلقتين (1) و(2) نستنتج أن:

* إستنتاج:

عندلـي سـلك فـلـزـي بـزاـوـيـة θ ، فـإـن هـذـغ الـأـخـيـر يـطـبـق مـزـدـوـجـة قـوـتـيـن (مـزـدـوـجـة إـرـتـدـاد) بـقاـوـمـهـا: $M(T)=- C \theta$